

# CÁLCULO Y DISEÑO DE COHETES DE AGUA COMO PROYECTO DIDÁCTICO INTEGRADOR EN MECÁNICA DE LOS FLUIDOS

J. I. Villar<sup>a</sup>

<sup>a</sup> CFD - Departamento de Aeronáutica - Universidad Nacional de La Plata

Email: juanignaciovillar@gmail.com

## RESUMEN

*La operación del cohete de agua consiste en expeler un chorro de agua desde la tobera del cohete usando aire comprimido alojado en su interior. Al apuntar hacia el cielo la gravedad naturalmente estratifica el contenido del cohete de modo tal que el aire no podrá escapar sin antes haber empujado toda el agua fuera de la cámara interior, así la energía acumulada en el aire, es eficientemente transformada en energía cinética del chorro de salida de agua, cambiando su cantidad de movimiento y por la 3ª ley de Newton empuja el cohete hacia arriba. Al buscar alcanzar la mayor distancia posible, debido a su baja densidad el empuje provisto solo por aire resulta despreciable, mientras que un cohete cuya cámara esté completamente llena de agua, no puede ser presurizada y no habrá energía almacenada para convertir en cinética, resultando el problema en uno de optimización.*

*Las ecuaciones de la dinámica que gobiernan el movimiento incluyen la resistencia, el empuje, (funciones de la velocidad desarrollada y de salida respectivamente), y el peso que varían en el tiempo, convirtiendo la ecuación diferencial del movimiento en una de segundo orden no homogénea de coeficientes no constantes.*

*La no linealidad del problema de dinámica presentado y el acoplamiento de las variables en las ecuaciones que lo gobiernan hacen que sea sumamente apropiado también para introducir métodos numéricos de cálculo, simulación y permitiendo la corroboración de su validez mediante la experimentación.*

**Palabras clave:** cohetes de agua, problemas de diseño, balances de masa y cantidad de movimiento en sistemas no inerciales, métodos numéricos, dinámica de sistemas.

## INTRODUCCIÓN

Teniendo como motivación principal la incorporación por parte del alumnado de los conceptos de Masa variable, balances de cantidad de movimiento y energía, centro de presiones, estabilidad y resistencia aerodinámica, y por sobre todo buscando desarrollar un criterio ingenieril, decidimos llevar a cabo la experiencia de incluir, en el marco de la cursada formal de la materia de Mecánica de los Fluidos, un anteproyecto de diseño, construcción y lanzamiento de un cohete de agua.

El problema en si resulta ser ampliamente conocido, la operación del cohete de agua consiste en expeler un chorro de agua desde la tobera del cohete usando aire comprimido alojado en su interior. Al apuntar hacia el cielo la gravedad naturalmente estratifica el contenido del cohete de modo tal que el aire a presión no podrá escapar sin antes haber empujado toda el agua fuera de la cámara interior.

De esta forma la energía acumulada en el aire, es eficientemente transformada en energía cinética del chorro de escape de agua, cambiando su cantidad de movimiento y por la 3ª ley de Newton empujando al cohete hacia arriba.

El volumen de agua o aire queda a criterio del alumnado convirtiendo al problema general en uno de optimización, generando un ámbito ideal en el cual plantear (para alumnos de tercer año de la carrera a quienes está dirigido), un acercamiento a problemas abiertos del tipo ingenieril que redundaran en muchos casos en soluciones de compromiso.

Aplicando la 2ª ley de Newton (segunda ecuación cardinal de la dinámica) al cohete visto desde el punto de vista inercial de modo que  $\frac{d\bar{Q}}{dt} = m \bar{a}_0$  donde  $\frac{d\bar{Q}}{dt} = \bar{F}$  es la resultante de fuerzas actuantes sobre el cohete ( $\bar{Q}$  es la cantidad de movimiento),  $m$  es su masa, y  $\bar{a}_0$  su aceleración.

Es conveniente computar el empuje desde un marco de referencias solidario al cohete  $I(x)$ , de modo tal que  $R(t) = I(0) - I_0(0)$  es la posición del vector  $I(0)$  con respecto al espacio inercial.

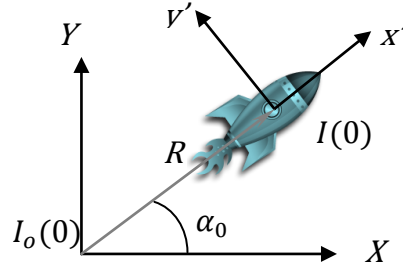


Figura 1. Sistema de referencia inercial y no inercial

En el espacio no inercial la segunda ley de Newton se generaliza como  $\frac{d\bar{Q}}{dt} = m \bar{\mathbf{R}}$ , donde  $\bar{\mathbf{R}} = \frac{d^2\bar{R}}{dt^2}$  es la aceleración rectilínea de  $I(0)$  en  $I_0(0)$  y  $\bar{a}$  será la aceleración del cohete relativa a  $I(x)$  marco de referencias solidario al cohete, notando que como la referencia es solidaria al cohete  $\bar{a} = 0$ , resulta así en una descripción Lagrangeana del balance de cantidad de movimiento que es reformulada en una descripción de una integral Eulereana usando el teorema del transporte de Reynolds

$$\mathbf{F}_s - \mathbf{W} - m\bar{\mathbf{R}} = \frac{d}{dt} \int \rho \mathbf{u} dV + \oint \rho \mathbf{u} (\mathbf{u} \cdot d\mathbf{A}) \quad (1)$$

Donde  $V$  volumen de control,  $A$  superficie del volumen, y  $d\mathbf{A} \equiv \mathbf{n} dA$  es el vector área. Aquí  $\mathbf{u}$  es la velocidad relativa a  $I(x)$ ,  $\mathbf{W} \equiv m\mathbf{g}$  que es el peso del cohete,  $\mathbf{F}_s$  representa las fuerzas de superficie. Así la ecuación correspondiente a la 2 ley de Newton que gobierna el fenómeno,  $m\ddot{x}' = E - D - mg \sin \alpha_0$  se reduce, en términos de la dinámica del sistema, a la forma:

$$m\ddot{x}' = \rho_w V_s^2 A_s - \frac{1}{2} \rho_{atm} V_c^2 C_d A_t - mg \sin \alpha_0 \quad (2)$$

Donde  $x'$  es la distancia recorrida por el cohete en la referencia  $I_0(x_0)$ ,  $\rho_w$  es la densidad del agua,  $V_s$  es la velocidad de salida del chorro relativa al volumen de control. El coeficiente de resistencia se denota  $C_d$  y  $\rho_{atm}$  la densidad de la atmósfera circundante,  $A_t$  es el área transversal del cohete en el plano perpendicular a su eje longitudinal. Luego  $V_c \equiv \dot{x}'$  será la velocidad del cohete relativa a la referencia inercial.

La ecuación de continuidad para el problema del cohete con un volumen de control concordante con el interior del volumen del cohete y su estructura considerada rígida, se reduce a:

$$V_a(t) = V_a(0) + A_s \int_0^t V_s d\tau \quad (3a)$$

Luego  $V_a(t) = V_{tot} - V_w(t)$  es el volumen de aire comprimido en la recámara,  $V_{tot}$  es el volumen total del cohete, y  $V_w(t)$  es el volumen de agua remanente en la cámara.

La masa total del cohete estará dada por  $m(t) = m_{empty} + m_{air} + m_{water}$ , de forma tal que  $m_{empty}$  es la masa del cohete vacío,  $m_{air}$  es la masa de aire comprimida dentro de la recámara que no varía en el tiempo pero cambia termodinámicamente al expandirse el gas regida por la ecuación del gas ideal de forma tal que  $m_a = \frac{P_a(0)V_a(0)}{R_a T_a(0)}$ , donde  $P_a(0)$ ,  $T_a(0)$  y  $R_a$  son la presión y temperatura inicial mientras la restante es la constante del gas respectivamente. Finalmente la variación de masas se dará en acuerdo con la masa de agua que abandone el cohete, es decir dada por la velocidad de salida, el área de salida y el tiempo.

$$\text{O bien, } m(t) = m_{empty} + m_{air} + \rho_w [V_{tot} - V_a(t)] = m_{empty} + m_{air} + \rho_w [A_s V_s(t)] t \quad (3b)$$

Así, dado que en la dirección del movimiento la ecuación que gobierna la dinámica está dada por:

$$m\ddot{x}' = E - D - mg \sin \alpha_0 \quad (4)$$

Donde el drag (D) o resistencia aerodinámica a su vez es función de la velocidad desarrollada por el cohete según la expresión  $\frac{1}{2} \rho_{\text{atm}} \dot{x}^2 C_d A_t$ , el empuje (E) depende de la velocidad de salida del chorro de agua que varía con el cambio de la presión interna a medida que pasa el tiempo según la expresión  $\rho_w V_s^2 A_s$  y finalmente el peso también se ve afectado conforme se produzca el vaciado de la botella afectando el término  $mg \sin \alpha_0$ , convierte a (4) en una ecuación diferencial de segundo orden no homogénea de coeficientes no constantes.

La no linealidad del problema de dinámica presentado por el cohete de agua y el acoplamiento de las variables en las ecuaciones que lo gobiernan hacen que sea sumamente propicio también para introducir métodos numéricos de cálculo y simulación y, la corroboración de su validez mediante la experimentación.

## METODOLOGÍA

En el marco de una competencia interna de modo de estimular al alumnado a analizar un problema abierto de carácter ingenieril que les resulte desafiante y gratificante a la vez, en el cual pondrían a prueba los conceptos vistos en la materia y previos de la carrera, además de incentivar la búsqueda de soluciones a cuestiones que representa un problema abierto, se lanza el “Proyecto de diseño, construcción y lanzamiento de un cohete de agua”.

El objetivo propuesto es pues diseñar y construir un cohete de agua a ser lanzado exitosamente, buscando alcanzar la mayor distancia horizontal y el mayor tiempo de vuelo posibles, evaluar en forma adecuada dichas magnitudes en forma teórica, intentando lograr la mayor precisión entre los resultados obtenidos en forma teórica y los medidos durante la experiencia práctica en la evaluación final, estimar además el coeficiente de resistencia del cohete, determinar la trayectoria de un sistema cuya respuesta dinámica obedece las ecuaciones diferenciales parciales acopladas mencionadas.

Los requerimientos y limitaciones impuestas al problema de diseño y construcción son, la utilización de botellas plásticas (PET) con restricción de volumen máximo uso de materiales plásticos, poliméricos, cartón, papel, telas, pinturas, adhesivos vinílicos, epoxídicos, masilla, hilos, cintas adhesivas, etc resguardando la seguridad de los usuarios y eventuales observadores. El “combustible” únicamente puede ser agua sin ningún tipo de aditivos y cuya óptima cantidad debe ser evaluada por el alumnado considerando sus implicancias. La presión óptima a suministrar queda a criterio de cada equipo, considerando que el tope máximo admisible queda fijado por los jurados de la cátedra en 700kPa en función de la seguridad de la experiencia y atendiendo a la resistencia mecánica del material utilizado. El ángulo de inclinación respecto del cenit y la configuración aerodinámica es potestad de los equipos fijando las características que consideren, brinden estabilidad al vuelo del cohete y la menor resistencia. Se proveen iguales condiciones de lanzamiento y presión de carga.

El problema posee dos etapas bien diferenciadas una dominada por la presencia del empuje producto del vaciado del cohete y una que se debe únicamente su inercia y sus cualidades aerodinámicas.

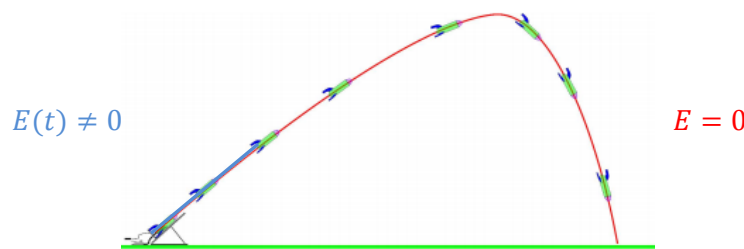


Figura 2. Etapas de vuelo y de estudio: Vuelo propulsado e inercial.

Se proporciona al alumnado un modelo de resolución para ambas etapas, pero no se les limita a su uso. Como se mencionó previamente en el problema resulta ser altamente acoplado, de forma tal que la velocidad de escape del fluido es determinada por la transformación de la energía almacenada en

forma de presión en el aire en energía cinética del chorro de agua, afectando también el peso debido a la pérdida de masa y la presión interna.

El modelo analizado a priori considera un fluido no viscoso, incompresible y estacionario a lo largo de una línea de corriente para discretizaciones del tiempo en que sucede el fenómeno de empuje, en la cuál es posible una integral exacta de la ecuación de energía para determinar la velocidad de salida del agua en cada paso de tiempo.

### Ensayo Estático - Periodo de empuje

Para obtener una referencia de la variación del empuje en el tiempo se utiliza a modo de aproximación una curva obtenida a partir de ensayo estático en banco para cada cohete de modo que cada grupo puede conocer a ciertamente el empuje que es capaz de realizar cada motor.

Para ello se utiliza un banco de ensayo estático confeccionado por la cátedra, el cual consta una estructura firme sobre la que se monta una celda de carga y el motor a ensayar, y un circuito de presión confeccionado con un compresor, un manómetro regulador de presión (para no exceder la presión de diseño), un regulador de caudal (para alimentar de forma cuasi-estática a la botella), un sistema de purga en caso de falla o pérdida de estanquidad y un sistema de liberación del tapón para iniciar la el ensayo construido ad hoc con un arnés de aluminio que se liberará para la medición.

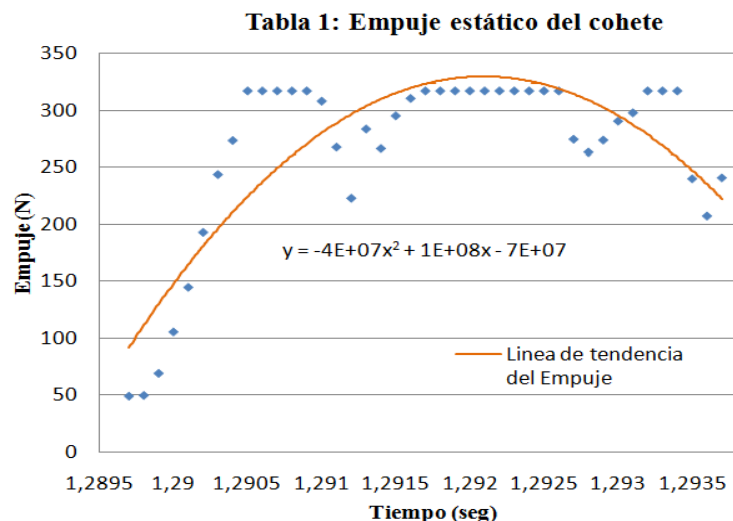
El banco se tensa firmemente a una columna de modo de no transmitir vibraciones ni movimientos indeseados durante el ensayo. Se coloca una celda de carga capaz de registrar valores de hasta 100 kgf, que a través de su interfaz con una placa de adquisición “national instruments” y conectada a una pc permite al operador adquirir los datos de empuje mediante el software lab-view que es entregado al alumnado como archivo .dat.

La celda se dispone de modo de registrar los valores a compresión lo cual nos proporciona una medida del empuje en el tiempo (relativo al peso de líquido que posea en cada instante, pero que constituye una buena aproximación), siendo que los valores pico que se registran se hallan en el rango de los 18 a los 33 kgf de empuje, el rango demostró ser apropiado, mientras que para los casos de motores obtenidos a través de conexionado de más de una botella se alcanzan valores de empuje sostenido en el tiempo mayores, pero cuyo valor pico suele ser menor.

Los alumnos operan por primera vez el conjunto de elementos mencionados lo cual constituye una oportunidad de acercamiento a la experimentación.



Figura 3: Banco ensayo estático



Los valores medios de escape y la velocidad del chorro se usan para determinar los valores para el volumen de aire comprimido y la presión interior, velocidad del cohete, y la aceleración inercial en cada paso de tiempo, en cada discretización del mismo en la etapa de empuje. Lo que permite actualizar la velocidad, aceleración y altitud del cohete hasta el final del periodo de empuje y así hallar las condiciones iniciales del período de “balística” o vuelo aerodinámico libre.

## Periodo de vuelo aerodinámico

Una vez finalizado el período de empuje, el cohete se halla en régimen de vuelo aerodinámico. A partir de aquí el empuje deja de actuar por lo cual la ecuación (4) se reduce a

$$m_e \ddot{x}' = -\frac{1}{2} \rho_{\text{atm}} V_c^2 C_d A_t - m_e g \sin \alpha_i \quad (5)$$

La presencia en el medio de un fluido como el aire, ejerce una fuerza de rozamiento sobre el cohete, que depende del módulo de la velocidad y cuyo sentido es opuesto a esta.

En esas condiciones, el movimiento de una partícula en un campo gravitatorio uniforme no sigue estrictamente una parábola y es sólo casi-parabólico, pero dadas las características del movimiento dicha aproximación es válida.

A las velocidades desarrolladas, el flujo es predominantemente turbulento, produciéndose remolinos y presiones que generan una fuerza de frenado proporcional al cuadrado de la velocidad.

Se puede usar en forma aproximada las siguientes ecuaciones:

$$\frac{dv_x}{dt} = -\frac{C_d}{m_e} \rho_w A_t v_x^2 - g \sin \alpha_i, \quad \frac{dv_y}{dt} = \pm \frac{C_d}{m_e} \rho_w A_t v_x^2 - g \cos \alpha_i \quad (6)$$

Dónde  $v_x$  y  $v_y$  están definidas ahora en la terna inercial fija.

Para esas ecuaciones la trayectoria resulta de integrar las ecuaciones diferenciales precedentes y eliminar el parámetro  $t$ . A modo de ejemplo para una trayectoria en la cual no se consideran la componente de  $g$  por estar ésta contenida siempre en el eje de referencia y se llega a una expresión similar a la siguiente:

$$y(x) = h_0 - \frac{1}{C_d} \ln \left[ \cosh \left( \frac{e^{x C_d} - 1}{\sqrt{g/(C_d v_x^2)}} \right) \right] \quad (7)$$

Dónde  $h_0$  es la altura inicial desde la que se arroja el cuerpo y  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $C_d$  el coeficiente de rozamiento y  $v_x$  la velocidad horizontal inicial

Habiendo hecho todas estas consideraciones y experiencias antes del ensayo final se presenta el Informe con una semana de antelación al menos de la fecha fijada para la experimentación y con la hoja final de estimaciones completa entre los que se declaran las características del cohete. El mismo debe incluir una memoria de cálculo de cómo se determinan las características y configuraciones óptimas de su vehículo cohete, así como el cálculos finales de distancia que espera alcanzar, duración del vuelo, valor de  $C_d$  estimado, y análisis de estabilidad.

Dado que el procedimiento de cálculo propuesto no es el único viable ni fue obligatorio el uso del mismo, resulta un campo fértil para el ensayo de diversos métodos de resolución y aproximación por parte del alumnado con diversos resultados y rangos de validez, como ser:

- Utilización de la ecuación de Tsiolkovsky.
- Estudio cinemático y ecuación horaria.
- Proceso iterativo: Estudio cinemático y ecuación horaria como aproximación para estimar la velocidad del cohete de modo de estimar la resistencia y luego implementar un modelo dinámico similar al propuesto.
- Experimentación.
- Simulación.

Siendo estos los tópicos principales sobre los cuales versó la resolución analítica de la problemática planteada, la parte constructiva y práctica resulta ser en sí un problema ingenieril de desafíos no menores que incluyen, para aquellos que optan por plantear una plataforma de lanzamiento propia:

- Realizar el sistema de carga fiable, asegurando estanqueidad.

- Liberación remota y segura del cohete.
- Sistemas de alivio de presión en casos de falla.

Finalmente, la dificultad común de establecer la aerodinámica óptima en cuanto a: cantidad y posición de aletas, el lastre adecuado, la determinación del  $C_p$  (centro de presiones) y finalmente la conveniencia de utilizar un único motor (botella) o más de una botella comunicada lo cual brindaría mayor capacidad de carga de “combustible” pero a su vez mayor peso final.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

- La condición de incompresibilidad es alcanzada al considerar una línea de corriente desde la interfaz de aire/agua en la recámara del cohete a presión  $P_a(t)$  hasta el plano de salida de la tobera de descarga a presión atmosférica, mientras que la condición de flujo no viscoso se logra con una construcción “adecuada” de la tobera (es decir una cuya producción de entropía sea nula de modo de satisfacer en forma exacta la ec. de Bernoulli, desde el punto de vista práctico el diseño requiere que no haya cambios bruscos de sección), mientras que la condición final de flujo continuo no se logra rigurosamente pero considerando las escalas de tiempo de estacionalidad del fenómeno vs las escalas de tiempo de vaciado y longitud del cohete en las cuales serán válidas estas hipótesis el fenómeno demuestra poder analizarse como si fuera cuasi estático y no tendrán impacto significativo. Por lo cual todas las condiciones del Bernoulli son razonablemente alcanzadas.
- Las estimaciones de centro de presiones (CP) son cruciales buscando dar estabilidad al vuelo así como un adecuado balanceo, fallar en tal aspecto puede resultar en un vuelo errático e inestable. Se pueden identificar fácilmente aquellos cohetes que presentaban problemas de diseños e inestabilidades como las que pueden observarse en la figura 4 debido a una mala configuración. Un cohete aerodinámicamente estable volará con su “nariz” por delante y mostrará una trayectoria de arco suave como la de la figura 5.

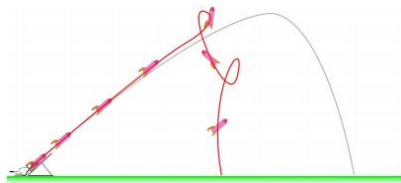


Figura 4 trayectoria de vuelo inestable

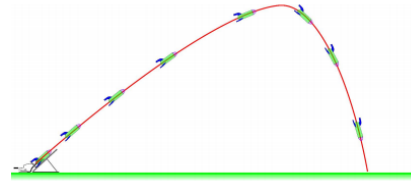


Figura 5 trayectoria de vuelo estable

Un método analítico muy utilizado para estimar el CP fue el definido por James S. Barrowman en su trabajo realizado como tesis de maestría, en el año 1967 titulado 'The Practical Calculation of the Aerodynamic Characteristics of Slender Finned Vehicles'. Si bien la bibliografía está disponible, dada su compleja resolución muchos optaron por métodos empíricos o bien por simuladores. A fin de cuentas dado que la suma de todas las fuerzas de presión y aerodinámicas que el aire ejerce sobre el cohete, se concentran en el punto que se denomina "Centro de presiones", y que de su posición dependerá la estabilidad del sistema, en la práctica depende en buena medida de la forma que tenga el modelo y el área de la sección de la base de referencia del cohete.

Para saber empíricamente si el vuelo será estable es usual apelar a los ensayos prácticos, como el que resulta en tomar con una cuerda desde el CG al cohete, y hacerlo seguir una trayectoria circular, alrededor del cuerpo del operador. Si el desplazamiento del cohete se mantiene en un mismo plano sin cabeceos ni giros el vuelo, al momento del lanzamiento, será estable de otro modo deberá ajustar el lastre del cohete reubicando el CG. La condición de estabilidad se alcanza situando el CP al menos un diámetro por detrás del centro de gravedad.

- *Ecuación del cohete de Tsiolkovsky*: Si bien es conocido que el modelo de Tsiolkovsky considera el empuje realizado por un sistema de masa variable que tiene como parámetros la masa inicial y la final del cohete la utilización del mismo presenta limitaciones dado que



considera un empuje constante lo cual no ocurre en nuestra problemática. Ha habido quienes consideraron el tiempo de empuje significativamente menor al tiempo de vuelo total e incluso menor que el tiempo de vuelo libre aproximando por dicha ecuación el periodo de empuje y luego concentrándose en el vuelo libre con otro modelo.

- *El uso de la ecuación cinemática (ley horaria):* si bien constituía una aproximación por exceso al problema y muchos lo acotaban superiormente de esta forma, este método escapaba al espíritu del análisis dinámico esperado. Aún así hemos visto que como aproximación para un modelo iterativo dio buenos resultados, partiendo de los valores de velocidad de un modelo cinemático para luego estimar el modelo dinámico completo.
- *La experimentación:* demostró ser la más fiable de las experiencias en la que quienes tuvieron la oportunidad de ensayar múltiples veces sus cohetes lograron un error de predicción del 4% y garantizándose una gran repetitividad en sus ensayos.
- *Plataformas:* La posibilidad de realizar cada quien su plataforma de lanzamiento resultó en un estudio muy interesante por parte de los alumnos, desde el estado del arte en lo que respecta a cohetes de agua y en la búsqueda de una solución eficaz y eficiente al problema de estanquidad y de control sobre el proceso de llenado, resultando en muchos casos en sistemas mecánicos de variada complejidad persiguiendo los objetivos de lograr posicionar el dispositivo de lanzamiento de forma tal que logre el ángulo acimutal deseado sin perder estanquidad, asegurando el cohete contra una liberación indeseada y permitiendo la purga del mismo en caso de falla.

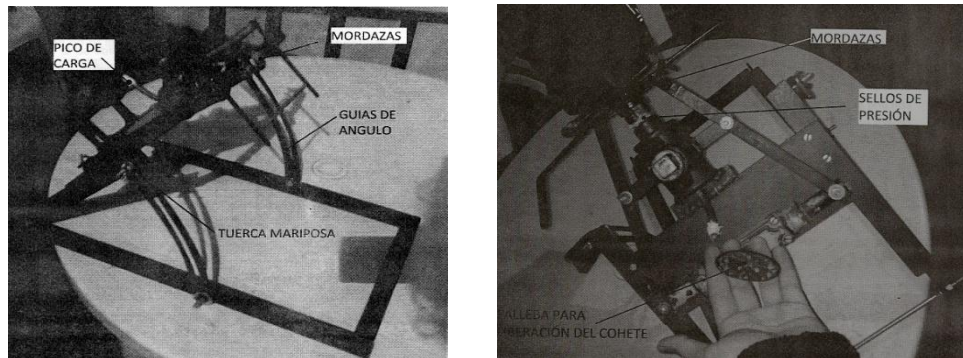


Figura 6 Sistema de liberación manual con regulación en altura. (L. Asens)

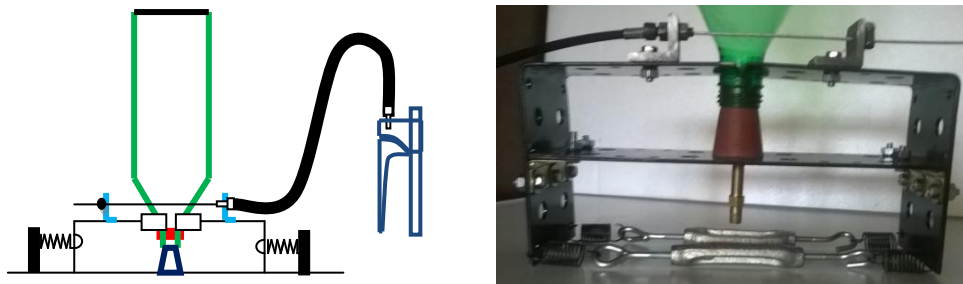


Figura 7 Esquema y detalle de sistema de liberación manual remoto (L. Castelli)



Figura 8 Sistema de liberación neumático remoto y plataforma de lanzamiento (Cátedra)

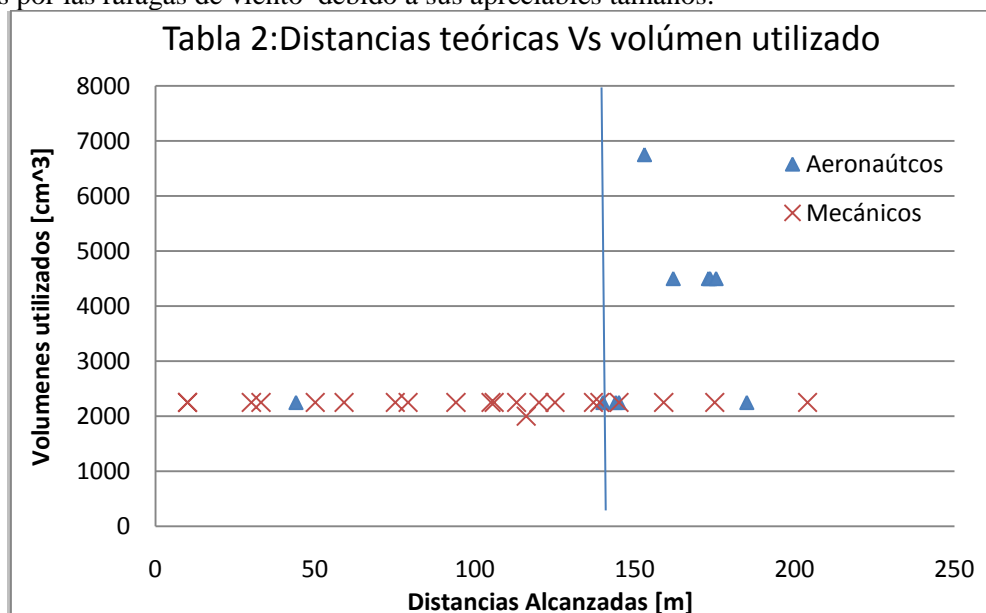
- La posibilidad de incluir más de una botella comunicada, para potenciar la capacidad de carga de combustible, devino en la complejidad de realizar (en más de una oportunidad) juntas estancas del tipo Robinson permitiendo, en el caso de la especialidad aeronáutica, lograr mayores tiempos de empuje y vuelos aerodinámicos que evidenciaban elegantes planeos.



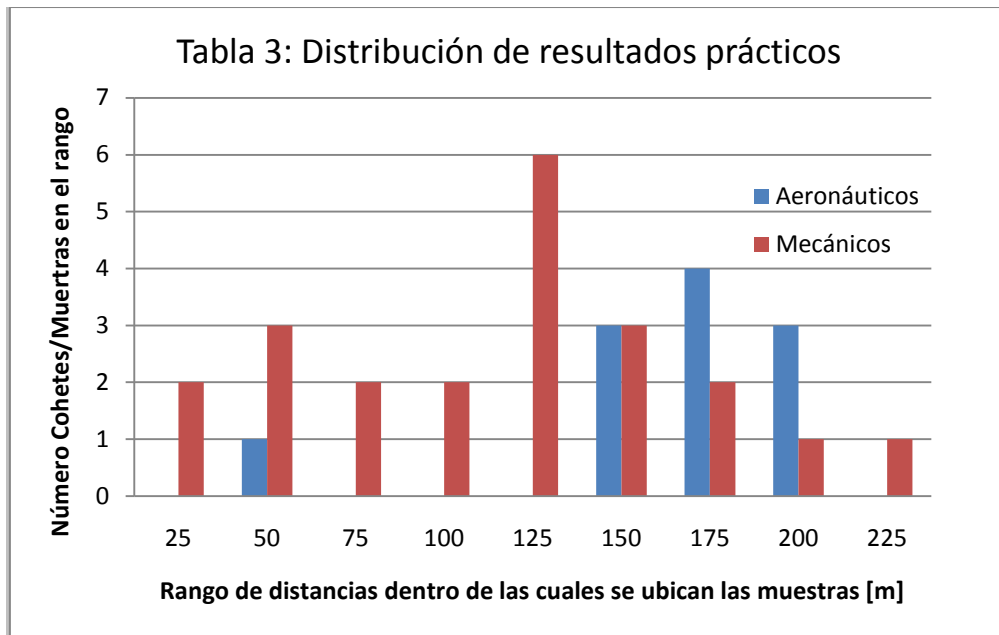
Figura 9 Esquema y detalle de sistema de acople tipo Robinson (L. Castelli)

- Los jurados evalúan los aspectos considerados entre los objetivos asignando un orden de mérito a cada uno de ellos de modo tal que quienes logren la mayor distancia resultarán ganadores, y quienes logren el menor error entre los valores estimados analíticamente y medidos serán los segundos.
- La premiación primordial de la experiencia resulta en que el grupo que obtiene el primer lugar se ve beneficiado con 2 (Dos) puntos más sobre la nota final de la materia, mientras que el grupo resulte segundo se ve beneficiado con 1 (Un) punto más sobre la nota final de la materia.

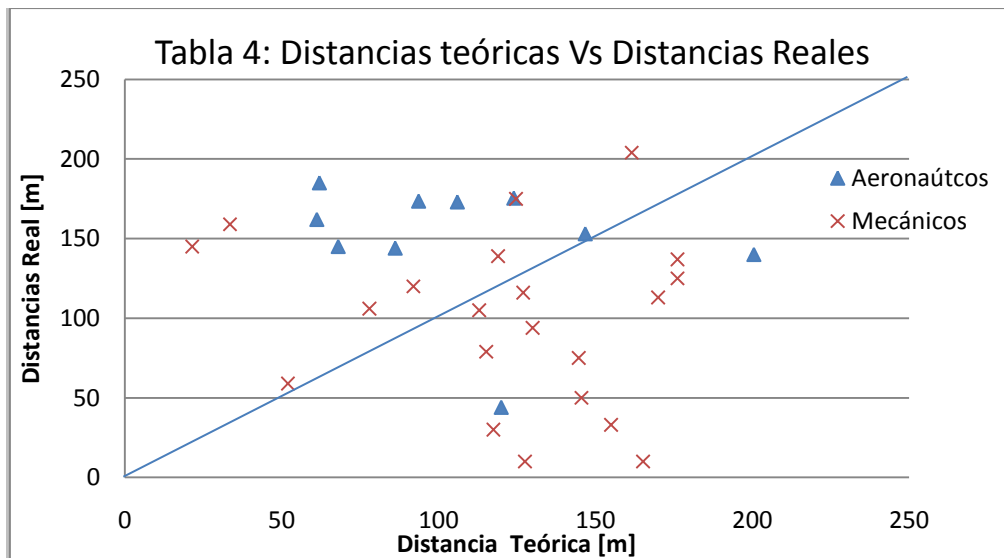
Pudimos observar que a pesar de que la mayoría de los cohetes de aeronáutica fueron compuestos de más de un motor resultaron tener demasiado peso en su vuelo libre como para alcanzar distancias apreciables como puede observarse en la tabla 2. De igual modo esta configuración los dotó de gran estabilidad en vuelo y garantizó distancias igualmente significativas siempre circundantes a los 170m y excepcionalmente por debajo de los 150m otorgando también buena repetitividad en los ensayos como puede apreciarse en la distribución de la tabla 3, con vuelos de elegantes planeos y no muy afectados por las ráfagas de viento debido a sus apreciables tamaños.







Otro aspecto a destacar fue que quienes mejores aproximaciones realizaron entre teoría y práctica fueron quienes pudieron experimentar más ampliamente en campo mientras que las simulaciones resultaron adecuadas en la parte de empuje dado que la misma no es significativa respecto de la escala de duración total del evento, los mayores discrepancias se encontraron en la resolución del período sin empuje el cual se resolvió de diversas formas según se comentó pero que resta por afinar por parte del alumnado y de establecer algunos criterios que afiancen los modelos desde la cátedra. Las simulaciones resultaron por caso aproximaciones insuficientes en las plataformas propuestas pero han surgido otras de interés por parte de los alumnos aún lejos de los resultados obtenidos. Dichas apreciaciones se observan a partir de la tabla 4 donde comparamos los valores teóricos alcanzados vs los valores reales obtenidos en la experimentación.



## CONCLUSIONES

El principal interés en aplicar esta metodología de enseñanza es la propia inquietud generada en el alumnado que ve que puede cuantificar, analizar y ver plasmados en los resultados de la experiencia un conjunto importante de conceptos vistos en la materia, fruto de su anteproyecto y las implicancias de las decisiones tomadas en el proceso. También debe considerarse el desarrollo de capacidades de trabajo en equipo, resolución de problemas abiertos y de diseño, y el contacto con equipamiento

experimental como celdas de carga (para el banco de empuje estático) y equipo de adquisición de datos de empuje y el sistema de presión (compresor, actuadores neumáticos, reguladores de caudal, manómetros y válvulas) en el caso de plataforma de lanzamiento.

Queda trabajo por desarrollar en lo que respecta al sistema de liberación óptimo, configuraciones multibotellas y multietapa y sistemas de recuperación. Respecto de los modelos que se pueden implementar para resolver la dinámica del problema, sobre todo en el vuelo libre, aunque ya han surgido discusiones y alternativas de cálculo a las presentadas, buscando ponderar en cual etapa del problema es deseable profundizar el análisis del modelo para obtener mejores performances.

## REFERENCIAS

1. Joseph M. Prusa, Hydrodynamics of a Water Rocket SIAM Review Vol 42, N°4 pp.719-726  
<http://www.siam.org/journals/sirev/42-4/34822.html>
2. M de Podesta. [http://www.npl.co.uk/upload/pdf/wr\\_booklet\\_print.pdf](http://www.npl.co.uk/upload/pdf/wr_booklet_print.pdf))
3. Estimación de trayectoria y tiempo de vuelo de un Cohete de Agua, Trabajo Integrador - Mecánica de Fluidos - A0052 – Año 2013
4. Cohetes de agua, Manual del educador, SAXA, Organismo de exploración aeroespacial del Japón.
5. Teoría de cohetes agua, tomado del artículo: Soda Bottle Rocketes By David Kagan, Lous Butchholtz, and Lyda Klein, The Physics Teacher Vol. 33 March 1995
6. Tracker, Video Análisis versión 4.85 de Douglas Brown
7. Water Rocket Fun Version 3.4
8. Rocket Sim PC Prod Version 9.3.0f.180
9. [http://exploration.grc.nasa.gov/education/rocket/BottleRocket/bottleold/br2d\\_b.swf](http://exploration.grc.nasa.gov/education/rocket/BottleRocket/bottleold/br2d_b.swf)
10. <http://exploration.grc.nasa.gov/education/rocket/BottleRocket/RM2.html>
11. <http://exploration.grc.nasa.gov/education/rocket/BottleRocket/WRSimApplet/BRocket.html>
12. <http://Barrowman%20Equations.htm>
13. <http://edu.jaxa.jp/>